

## Inversen- und Dualia-Bildung bei nichtkommutativen Zeichenrelationen

1. In der von Bense eingeführten sog. (kleinen) semiotischen Matrix

1.1 1.2 1.3

2.1 2.2 2.3

3.1 3.2 3.3

wird die Identität von konversen und dualen Partialrelationen, d.h.

$$(a.b)^{\circ} = \times(a.b) = (b.a)$$

dadurch garantiert, daß die drei möglichen semiotischen Gruppen, die man über der Menge der Primzeichen  $PZ = \{1, 2, 3\}$  mit Hilfe von drei Verknüpfungen konstruieren kann, abelsch, d.h. kommutativ sind. Anders gesagt: Die drei möglichen Austauschrelationen, welche die drei möglichen Operatoren erzeugen, nämlich

1. Gruppe  $(PZ, \circ_1)$       2. Gruppe  $(PZ, \circ_2)$       3. Gruppe  $(PZ, \circ_3)$

$2 \leftrightarrow 3$                        $1 \leftrightarrow 3$                        $1 \leftrightarrow 2$

$1 = \text{const.}$                        $2 = \text{const.}$                        $3 = \text{const.}$

sind eindeutig, d.h. sie "überschneiden" sich nicht; vgl. z.B. für die 1. Gruppe  $(PZ, \circ_1)$ :

1. Abgeschlossenheit:  $1 \circ_1 1 = 2$ ;  $1 \circ_1 2 = 2 \circ_1 1 = 3$ ;  $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$ ;  $2 \circ_1 2 = 1$ ;  $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$ ;  $3 \circ_1 3 = 3$ .

2. Assoziativität:  $1 \circ_1 (2 \circ_1 3) = (1 \circ_1 2) \circ_1 3 = 2$ ;  $2 \circ_1 (3 \circ_1 2) = (2 \circ_1 3) \circ_1 2 = 1$ ,  $3 \circ_1 (3 \circ_1 1) = (3 \circ_1 3) \circ_1 1 = 1$ , usw.

3. Einselement:  $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$ ;  $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$ ;  $3 \circ_1 3 = 3$ , d.h.  $e = 3$ .

4. Inverses Element:  $1^{-1} = 2$ , denn  $1 \circ_1 2 = 3$ ;  $2^{-1} = 1$ , denn  $2 \circ_1 1 = 3$ ;  $3^{-1} = 3 = \text{const.}$

2. Bei den 9 möglichen nicht-kommutativen Quasi-Gruppen hingegen fallen Inverse und Dualia nicht mehr unbedingt zusammen; vgl. z.B. die nichtkommutative Quasigruppe  $(PZ, \circ_7)$ :

1. Abgeschlossenheit:  $1 \circ_7 1 = 3$ ;  $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$ ;  $1 \circ_7 3 = 2 \neq 3 \circ_7 1 = 1$ ;  $2 \circ_7 2 = 3$ ;  $2 \circ_7 3 = 1 \neq 3 \circ_7 2 = 2$ ;  $3 \circ_7 3 = 3$ .

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt:  $1 \circ_7 (2 \circ_7 3) = 3 \neq (1 \circ_7 2) \circ_7 3 = 2$ , usw.

3. Einselemente:  $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$ ;  $2 \circ_7 1 = 2 \neq 1 \circ_7 2 = 1$ ;  $3 \circ_7 3 = 3$ .

Wird also die Bedingung an Gruppen, abelsch zu sein, aufgehoben, erhalten wir nicht – wie im Falle der kommutativen Gruppen – je dreimal 6 Permutationen der Folgenglieder in unterschiedlicher Ordnung, d.h.  $\wp(PZ) = \{(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)\}$ , sondern die folgenden 27 Transpositionen (da wegen Nicht-Kommutativität die paarweise Verschiedenheit der Glieder einer Folge natürlich aufgehoben ist):

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2)
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3),

und diese entsprechen natürlich genau den 9 möglichen nicht-kommutativen (Quasi-)Gruppen  $(PZ, \circ_4)$  bis  $(PZ, \circ_{12})$  (vgl. Toth 2009). Da wir uns für Konversen und Dualia interessieren, interessieren uns natürlich auch hier die Austauschrelationen, welche die quasigruppentheoretischen Operatoren bewirken:

$(PZ, \circ_4)$  (1 2 3)

(1 1 1)

$\sigma_4$  (a.b c.d e.f)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 1.1), d.h.  $\sigma_4$  transformiert jede Zeichenklasse in die Zeichenrelation (1.1 1.1 1.1). Hier sind also Konversen und Dualia trivialerweise identisch.

Betrachten wir nun die weiteren 20 Quasigruppen:

$(PZ, \circ_5)$  (1 2 3)

(1 1 2)

$\sigma_5$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.1)

$\sigma_5$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.1)

$\sigma_5$  (3.1 2.1 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.2)

$\sigma_5$  (3.1 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.1)

$\sigma_5$  (3.1 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.2)

$\sigma_5$  (3.1 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.2 1.2)

$\sigma_5$  (3.2 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.1)

$\sigma_5$  (3.2 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 1.2)

$\sigma_5$  (3.2 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.2 1.2)

$\sigma_5$  (3.3 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 1.2)

$(PZ, \circ_6)$  (1 2 3)

(1 1 3)

$\sigma_6$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (3.1 1.1 1.1)

$\sigma_6$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (3.1 1.1 1.1)

$\sigma_6 (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.1 1.1 1.3)$   
 $\sigma_6 (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.1 1.1 1.1)$   
 $\sigma_6 (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.1 1.1 1.3)$   
 $\sigma_6 (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.1 1.3 1.3)$   
 $\sigma_6 (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.1 1.1 1.1)$   
 $\sigma_6 (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.1 1.1 1.3)$   
 $\sigma_6 (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.1 1.3 1.3)$   
 $\sigma_6 (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 1.3 1.3)$

(PZ,  $\circ_7$ ) (1 2 3)

(1 2 1)

$\sigma_7 (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (1.1 2.1 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (1.1 2.1 1.2)$   
 $\sigma_7 (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (1.1 2.1 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (1.1 2.2 1.2)$   
 $\sigma_7 (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (1.1 2.2 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 2.1 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (1.2 2.2 1.2)$   
 $\sigma_7 (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (1.2 2.2 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (1.2 2.1 1.1)$   
 $\sigma_7 (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 2.1 1.1)$

(PZ,  $\circ_8$ ) (1 2 3)

(1 2 2)

$\sigma_8 (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (2.1 2.1 1.1)$   
 $\sigma_8 (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (2.1 2.1 1.2)$   
 $\sigma_8 (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (2.1 2.1 1.2)$   
 $\sigma_8 (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (2.1 2.2 1.2)$   
 $\sigma_8 (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (2.1 2.2 1.2)$   
 $\sigma_8 (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (2.1 2.2 1.2)$

$$\sigma_8 (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (2.2 2.2 1.2)$$

$$\sigma_8 (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 1.2)$$

$$\sigma_8 (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 1.2)$$

$$\sigma_8 (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 1.2)$$

$$(PZ, \circ_9) (1 2 3)$$

$$(1 3 1)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (1.1 3.1 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (1.1 3.1 1.3)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (1.1 3.1 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (1.1 3.3 1.3)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (1.1 3.3 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 3.1 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (1.3 3.3 1.3)$$

$$\sigma_9 (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (1.3 3.3 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (1.3 3.1 1.1)$$

$$\sigma_9 (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 3.1 1.1)$$

$$(PZ, \circ_{10}) (1 2 3)$$

$$(1 3 3)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.1 3.1 1.1)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (3.1 3.1 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.1 3.1 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.1 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.1 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.1 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.3 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 1.3)$$

$$\sigma_{10} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 1.3)$$

(PZ,  $\circ_{11}$ ) (1 2 3)

(2 1 1)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (1.2 1.2 2.2)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (1.2 1.2 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.1 1.3)  $\rightarrow$  (1.2 1.2 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (1.2 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (1.2 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.1 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.2 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.2 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.2 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.2 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 2.1)

$\sigma_{11}$  (3.3 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 2.1)

(PZ,  $\circ_{12}$ ) (1 2 3)

(2 1 2)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 2.1)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.1 1.3)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (2.2 1.1 2.1)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (2.2 1.1 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.1 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.2 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 2.1)

$\sigma_{12}$  (3.2 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.1 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.2 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.1 1.2 2.2)

$\sigma_{12}$  (3.3 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (2.2 1.2 2.2)

(PZ,  $\circ_{13}$ ) (1 2 3)

(2 2 1)

$\sigma_{13}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (1.2 2.2 1.2)

$\sigma_{13} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (1.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{13} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (1.2 2.2 2.1)$   
 $\sigma_{13} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (1.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{13} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (1.2 2.2 2.1)$   
 $\sigma_{13} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (1.2 2.1 2.1)$   
 $\sigma_{13} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (1.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{13} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (1.2 2.2 2.1)$   
 $\sigma_{13} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (1.2 2.1 2.1)$   
 $\sigma_{13} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 2.3 2.1)$

$(PZ, \circ_{14}) (1 2 3)$

$(2 2 2)$

$\sigma_{14} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{14} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 2.2)$

$(PZ, \circ_{15}) (1 2 3)$

$(2 2 3)$

$\sigma_{15} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{15} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (3.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{15} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.2 2.2 2.3)$   
 $\sigma_{15} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{15} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.2 2.2 2.3)$

$\sigma_{15} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.2 2.3 2.3)$   
 $\sigma_{15} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.2 2.2 2.2)$   
 $\sigma_{15} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.2 2.2 2.3)$   
 $\sigma_{15} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.2 2.3 2.3)$   
 $\sigma_{15} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 2.3)$

(PZ,  $\circ_{16}$ ) (1 2 3)

(2 3 2)

$\sigma_{16} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (2.2 3.2 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (2.2 3.2 2.3)$   
 $\sigma_{16} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (2.2 3.2 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (2.2 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{16} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (2.2 3.3 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 3.2 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (2.3 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{16} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (2.3 3.3 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (2.3 3.2 2.2)$   
 $\sigma_{16} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 3.2 2.2)$

(PZ,  $\circ_{17}$ ) (1 2 3)

(2 3 3)

$\sigma_{17} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.2 3.2 2.2)$   
 $\sigma_{17} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (3.2 3.2 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.2 3.2 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.2 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.2 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.2 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.3 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 2.3)$   
 $\sigma_{17} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 3.3 2.3)$



(PZ,  $\circ_{18}$ ) (1 2 3)

(3 1 1)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (1.3 1.3 3.3)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (1.3 1.3 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.1 1.3)  $\rightarrow$  (1.3 1.3 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (1.3 1.1 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (1.3 1.1 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.1 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.3 1.3 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.2 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.2 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.2 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 3.1)

$\sigma_{18}$  (3.3 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (1.1 1.1 3.1)

(PZ,  $\circ_{19}$ ) (1 2 3)

(3 1 3)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (3.3 1.3 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.1 1.2)  $\rightarrow$  (3.3 1.3 3.1)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.1 1.3)  $\rightarrow$  (3.3 1.3 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (3.3 1.1 3.1)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (3.3 1.1 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.1 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (3.3 1.3 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.2 2.2 1.2)  $\rightarrow$  (3.2 1.1 3.1)

$\sigma_{19}$  (3.2 2.2 1.3)  $\rightarrow$  (3.1 1.1 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.2 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (3.1 1.3 3.3)

$\sigma_{19}$  (3.3 2.3 1.3)  $\rightarrow$  (3.3 1.3 3.3)

(PZ,  $\circ_{20}$ ) (1 2 3)

(3 2 2)

$\sigma_{20}$  (3.1 2.1 1.1)  $\rightarrow$  (2.3 2.3 3.3)

$\sigma_{20} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (2.3 2.3 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (2.3 2.3 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (2.3 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (2.3 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (2.3 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (2.2 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{20} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 2.2 3.2)$

$(PZ, \circ_{21}) (1 2 3)$

$(3 2 3)$

$\sigma_{21} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.3 2.3 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (3.3 2.3 3.2)$   
 $\sigma_{21} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.3 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{21} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 2.2 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.2 2.2 3.2)$   
 $\sigma_{21} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.2 2.2 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.2 2.3 3.3)$   
 $\sigma_{21} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 3.3)$

$(PZ, \circ_{22}) (1 2 3)$

$(3 3 1)$

$\sigma_{22} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (1.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{22} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (1.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{22} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (1.3 3.3 3.1)$   
 $\sigma_{22} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (1.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{22} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (1.3 3.3 3.1)$

$\sigma_{22} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (1.3 3.1 3.1)$   
 $\sigma_{22} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (1.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{22} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (1.3 3.3 3.1)$   
 $\sigma_{22} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (1.3 3.1 3.1)$   
 $\sigma_{22} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (1.1 3.1 3.1)$

(PZ,  $\circ_{23}$ ) (1 2 3)

(3 3 2)

$\sigma_{23} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (2.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{23} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (2.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{23} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (2.3 3.3 3.2)$   
 $\sigma_{23} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (2.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{23} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (2.3 3.3 3.2)$   
 $\sigma_{23} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (2.3 3.2 3.2)$   
 $\sigma_{23} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (2.3 3.3 3.3)$   
 $\sigma_{23} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (2.3 3.3 3.2)$   
 $\sigma_{23} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (2.3 3.2 3.2)$   
 $\sigma_{23} (3.3 2.3 1.3) \rightarrow (2.2 3.2 3.2)$

(PZ,  $\circ_{24}$ ) (1 2 3)

(3 3 3)

$\sigma_{24} (3.1 2.1 1.1) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.1 2.1 1.2) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.1 2.1 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.1 2.2 1.2) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.1 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.1 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.2 2.2 1.2) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.2 2.2 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$   
 $\sigma_{24} (3.2 2.3 1.3) \rightarrow (3.3 2.3 1.3)$

$\sigma_{24} (3.3\ 2.3\ 1.3) \rightarrow (3.3\ 2.3\ 1.3)$

Bei allen  $(27-3 =) 24$  nicht-kommutativen Gruppen ist somit die Anzahl semiotischer Werte gegenüber den Peirce-Benseschen Zeichenklassen reduziert, d.h. die Äquilibration zwischen triadischen und trichotomischen Werten ist aufgehoben (vgl. dazu Toth 2012). Dadurch verdanken sich konvers bzw. dual "aussehende" Relationspaare also dieser Wertereduktion, d.h. die Begriffe der Konversion und Dualität werden hier ad absurdum geführt. Allerdings stellt umgekehrt die Herstellung von Quasigruppen aus der Primzeichenrelation eine Hauptstrategie zur Erzeugung von abweichender Valenz zwischen n-adischen (T) und n-tomischen (t) Werten einer Relation dar, d.h. für die in Toth (2012) neben dem klassischen, d.h. Peirce-Benseschen Fall  $T = t$  besprochenen Fällen  $T > t$  und  $T < t$ .

#### Literatur

Toth, Alfred, Gruppentheoretische Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Relationale Strukturen und Zahlenfolgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

14.3.2012